4. 市場均衡

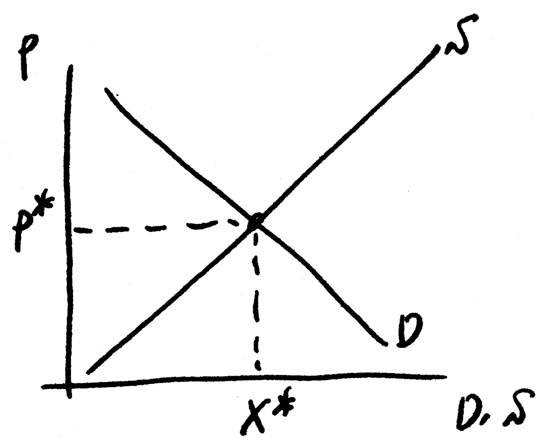
均衡（完全競争）

(i) 各主体の最適化（主体均衡）

各経済主体（消費者と生産者）は、与えられた価格の下で効用や利潤を最大化するように消費・生産計画を立てる。

(ii) 市場における需給の一致（市場均衡）

そうなるように価格が調整され、取引数量が決まる。



均衡価格 p^* のとき、

各経済主体は、その価格 p^* を所与としたうえで最適な意思決定をしているし、市場全体で需給は一致している。

その状態から行動を変えるインセンティブをもたない。

市場において、価格を変化させる力も働かない。

モデル

経済主体：（多数の）消費者、企業

取引対象となる財、貨幣 (m)
（消費財）

(I)

（代表的）消費者の行動

$$\boxed{\begin{array}{l} \max\limits_{x,m} \ u(x)+m \\ \text{s.t.} \ px+m \leq M \end{array}}$$

→ 最適消費量が価格の関数として（価格に依存して）決まる。
$D(p)$

仮定

- $u'>0$, $u''<0$,
- $\lim\limits_{x\to 0} u'(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} u'(x)=0$
- Mは十分大きい。

（代表的）企業の行動

$$\boxed{\max\limits_{y} \ \pi = py - c(y)}$$

$c(y)$：費用関数

→ 最適生産量
$S(p)$

仮定

- $c'>0$, $c''>0$
- $c(0)=0$
- $\lim\limits_{y\to 0} c'(y)=0$, $\lim\limits_{y\to\infty} c'(y)=\infty$

(II) 市場均衡 $D(p)=S(p)$.

例.

消費者 $8N$ 人

生産者 N 人

$u_i(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$ 効用関数

$c_j(y) = \frac{1}{2}y^2$ 費用関数

全員同一.

のケース

(I) 消費者 i $(i = 1, \cdots, 8N)$

$$\boxed{\max_{x_i, m_i} \ 2x_i^{\frac{1}{2}} + m_i \quad \text{s.t.} \ px_i + m_i \leq M_i}$$

FOC $x_i^{-\frac{1}{2}} = p$ $\therefore D_i(p) = \frac{1}{p^2}$

生産者 j

$$\boxed{\max_{y_j} \ \pi_j = py_j - \frac{1}{2}y_j^2}$$

FOC $y_j = p$ $\therefore S_j(p) = p$

市場需要関数

$$D(p) = \sum_{i=1}^{8N} D_i(p) = \frac{8N}{p^2}$$

市場供給関数

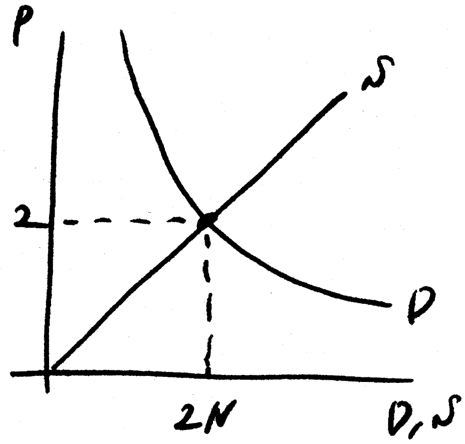
$$S(p) = \sum_{j=1}^{N} S_j(p) = Np$$

(四) 市場均衡

$D(p) = S(p)$ より

$$\frac{8N}{p^2} = Np$$

$$\therefore \underline{p^* = 2}$$



取引数量は

$$D(2) = S(2) = \underline{2N}$$

※個々の消費者の消費量： $D_i(2) = \frac{1}{4}$

〃　生産者の生産量： $S_j(2) = 2$

〃　〃　利潤： $\pi_j = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$

コア・ミクロA　第4章

例題. A国とB国がある。消費財は1種類とする。A国には消費者が8N人、生産者がN人、B国には消費者が46N人、生産者がN人いるとする。(B国の方が消費者数に比して生産者数がかなり少ない。)
両国の消費者の効用関数はすべて同一で

$$u_i(x) = 2x^{\frac{1}{2}},$$

両国の生産者の費用関数がすべて同一で

$$c_j(y) = \frac{1}{2}y^2$$

とする。
※両国間で取引がなかったときは、先の例により、A国では価格は(1単位当たり)2、取引数量は2Nであった。さらに、個々の消費者の消費量は1/4、個々の生産者の生産量は2、利潤は2であった。

(1)実際に計算する前に、以下の点について予想せよ。経済が統合されると(自由貿易が開始されると)、A国での取引価格は上がるだろうか、下がるだろうか？　A国の代表的消費者の消費量は、経済統合以前と比較して増加するだろうか、減少するだろうか？　また、A国の代表的生産者の生産量と利潤は、経済統合以前と比較して増加するだろうか、減少するだろうか？
(2)実際に均衡を計算し、(1)の予想が正しかったか確認せよ。

解答

(1)経済統合により生産者の対消費者比率が下がるので、A国での取引価格は上昇すると思われる。それにより、A国の代表的消費者の消費量は減少、A国の代表的生産者の生産量と利潤はともに増加するはずである。

(2)経済統合により消費者数は54N人、生産者数は2N人になる。個々の消費者(生産者)の需要関数(供給関数)は、先の例と同じなので、市場需要関数は

$$D(p) = \sum_{i=1}^{54N} \frac{1}{p^2} = \frac{54N}{p_2},$$

市場供給関数は

$$S(p) = \sum_{i=1}^{2N} p = 2Np$$

となる。市場均衡条件$D(p) = S(p)$より、均衡価格は$p^* = 3$となる。均衡取引数量は$D(3) = S(3) = 6N$となる。個々の消費者の消費量は

$$D_i(3) = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}\ (= x_i^*),$$

個々の生産者の生産量は

$$S_j(3) = 3\ (= y_j^*)$$

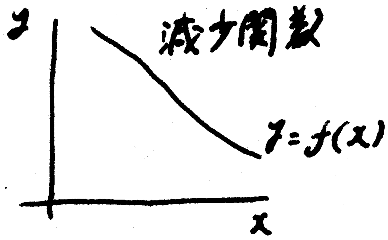
となる。個々の生産者の利潤は

$$\begin{aligned}\pi_j(y_j^*) &= p^* y_j^* - c(y_j^*) \\ &= 9 - \frac{1}{2}\cdot 9 \\ &= \frac{9}{2}\end{aligned}$$

となる。
経済統合によるA国経済の各変数の変化は、下表の通りである。(1)での予想は正しかったことがわかる。

	統合前	統合後	変化
均衡価格	2	3	↑
取引数量	$2N$	$6N$	↑
各消費者の消費量	1/4	1/9	↓
各生産者の生産量	2	3	↑
各生産者の利潤	2	9/2	↑

理論的補足

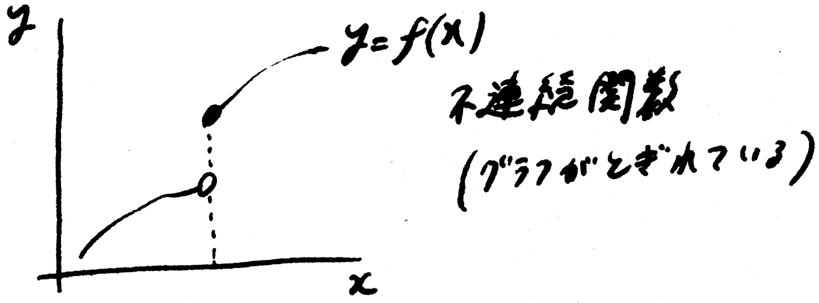


・効用関数が"良い性質"をもつとき

需要関数 $D_i(p)$ は

① 価格について減少関数

② 〃 連続関数（グラフがつながっている）



③ 価格が非常に高 ⇒ 需要量は非常に少

・費用関数が"良い性質"をもつとき

供給関数 $S_j(p)$ は

①' 価格について増加関数

②' 〃 連続関数

③' 価格高 → 供給量多

〃 低 ⇒ 〃 少

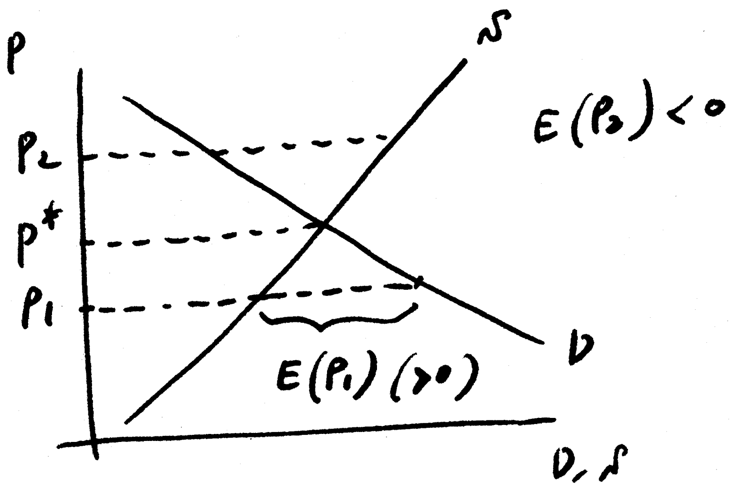
定義

$D(p) \equiv \sum_i D_i(p)$　市場需要関数

$S(p) \equiv \sum_j S_j(p)$　市場供給関数

$E(p) \equiv D(p) - S(p)$　市場超過需要関数

DがSを上回っている分



均衡価格 p^*のとき

$E(p^*) = 0$　超過需要はゼロとなる.

$\iff D(p^*) - S(p^*) = 0$

$\iff D(p^*) = S(p^*)$

$\iff$ というのは"同値"(同じこと)という意味.

数学の定理を2つ

定理A

f, g：連続関数

a：定数

$\underset{\text{ならば}}{\Longrightarrow}$ (I) af：連続

(II) $f+g$：連続

↓

$f-g$ も連続になることがわかる。

($\because$) (I)により $-g$ も連続。

(II)により $f-g = f+(-g)$ も連続。 //

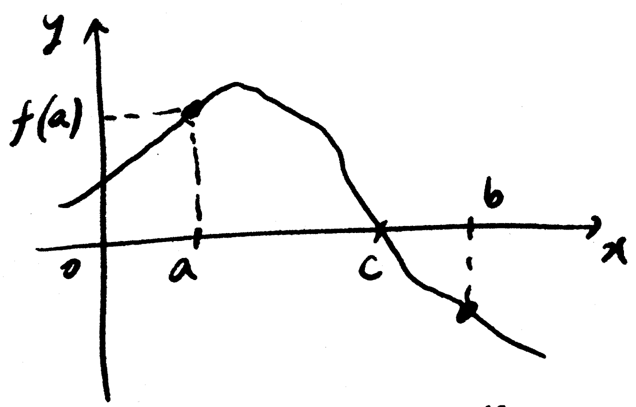
定理B (中間値の定理)

f：連続

$f(a)>0$, $f(b)<0$

$\Rightarrow$ a と b の間にある実数 c が存在し

$f(c)=0$ となる。



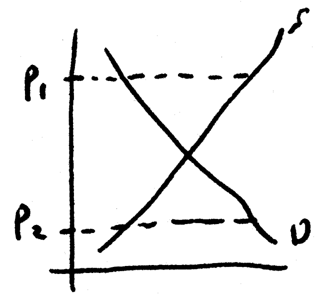
均衡の存在

- ②, ②′, 定理Aより $E(p)$ は連続関数.

- ③, ③′ より

  非常に大きい p_1 について

  $$E(p_1) = \underset{(小)}{D(p_1)} - \underset{(大)}{S(p_1)} < 0$$

  非常に小さい p_2 について

  $$E(p_2) = \underset{(大)}{D(p_2)} - \underset{(小)}{S(p_2)} > 0$$

以上より, 定理B (中間値の定理) により,

ある p^* が ($p_2 < p^* < p_1$ の範囲に) 存在し,

$E(p^*) = 0$ となる.

$\Longleftrightarrow D(p^*) - S(p^*) = 0$

$\Longleftrightarrow D(p^*) = S(p^*)$

これは均衡価格!

※このように, 効用関数や費用関数などの性質を基に,
数学の定理を活用して, 均衡の存在などの
理論的な問題を考察することもできる。

〈数理経済学〉

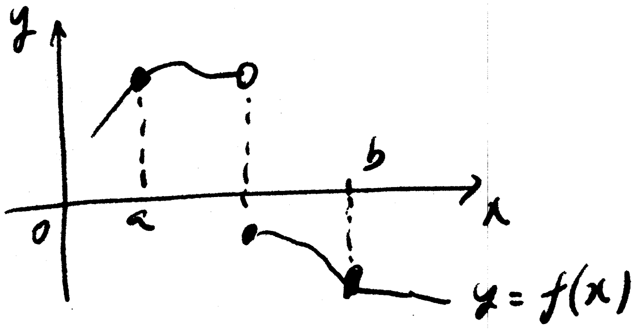
中間値の定理の前提

(a) f : 連続

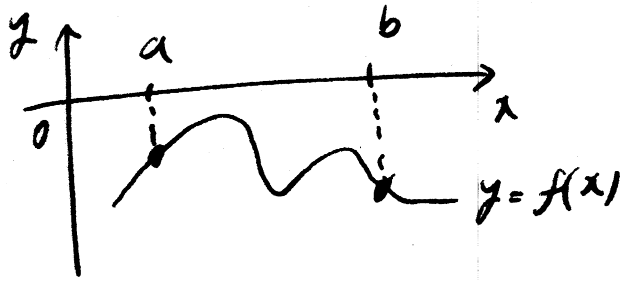
(b) $f(a) > 0$　(ある a について)

(c) $f(b) < 0$　(ある b について)

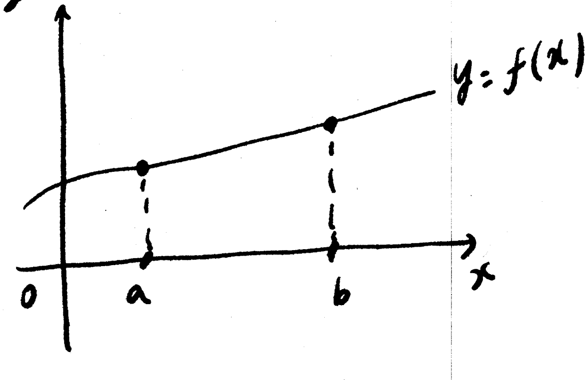
• (a) が満たされないケース



• (b) が満たされないケース



• (c) が満たされないケース



コア・ミクロA　第4章

練習問題

1. （基本ケース）消費者200N人と生産者N人がある財の取引を行っている経済を考える。消費者iは、この財の消費x_iとともに貨幣保有m_iから効用をえる。所得はM_iとし、これは十分に大きいと仮定する。消費x_iからの効用関数は、すべての消費者について同一で$u(x_i) = \log x_i$とする。生産者jの費用関数も、すべての生産者について同一で$c(y_j) = \frac{1}{2}y_j^2$とする。

（1）価格pを与えられたものとして、消費者iの需要関数$D_i(p)$と生産者jの供給関数$S_j(p)$を求めなさい。

（2）市場需要関数$D(p)$と市場供給関数$S(p)$を求めなさい。

（3）均衡における価格、取引数量、各消費者の消費量と各生産者の生産量と利潤を求めなさい。

	練習問題1
均衡価格	
取引数量	
各消費者の消費量	
各生産者の生産量	
各生産者の利潤	

2. （技術進歩の影響）練習問題1と同じ状況で、生産者の費用関数のみが、技術進歩により$c(y_j) = \frac{1}{4}y_j^2$になったとする。（練習問題1の場合より、より安い費用で同じ量だけ生産することができるようになっている。）

（1）実際に計算する前に、均衡における価格、取引数量、各消費者の消費量、各生産者の生産量と利潤が、練習問題1と比較してどうなるか予想せよ。

（2）実際に計算し、（1）での予想が正しかったか確認せよ。

	練習問題1	練習問題2	変化
均衡価格			
取引数量			
各消費者の消費量			
各生産者の生産量			
各生産者の利潤			

3. （消費ブームの影響）練習問題1と同じ状況だが、消費者の間でこの消費財のブームが起こり、効用関数が$u(x_i) = 2\log x_i$となったとする。

（1）実際に計算する前に、均衡における価格、取引数量、各消費者の消費量、各生産者の生産量と利潤が、練習問題1と比較してどうなるか予想せよ。

（2）実際に計算し、（1）での予想が正しかったか確認せよ。

	練習問題1	練習問題3	変化
均衡価格			
取引数量			
各消費者の消費量			
各生産者の生産量			
各生産者の利潤			