

12. ゲーム理論入門 1

～標準形ゲーム

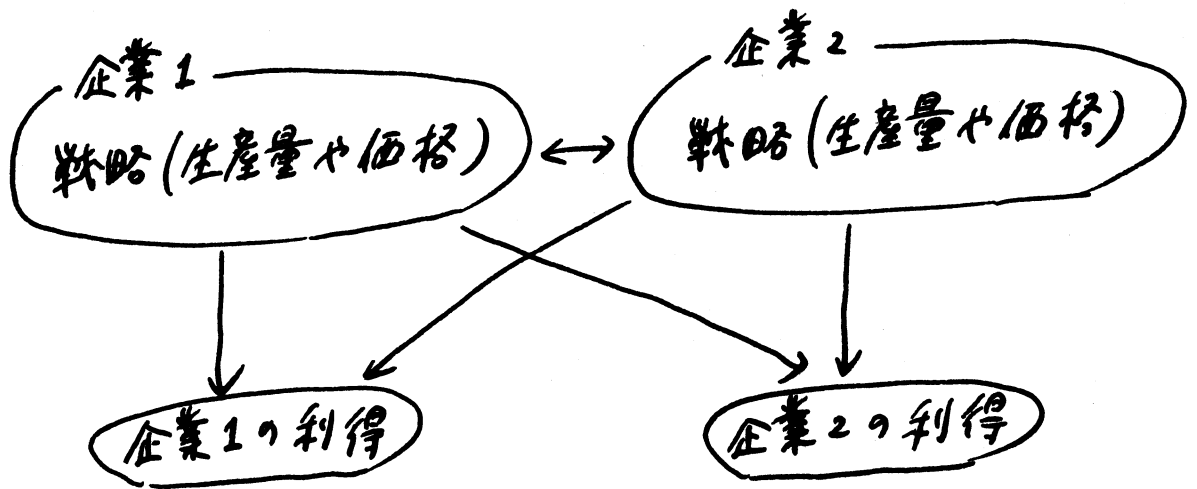
ゲーム理論

戦略的状況で人々がどのように行動するか } を研究
その結果、どのような状態が達成されるか }

「戦略的状況」とは

各人が、どのような行動をとるべきかを決めたときに、
その行動に対して他の人々がどのように反応するかを
考慮しなければならぬ状況。

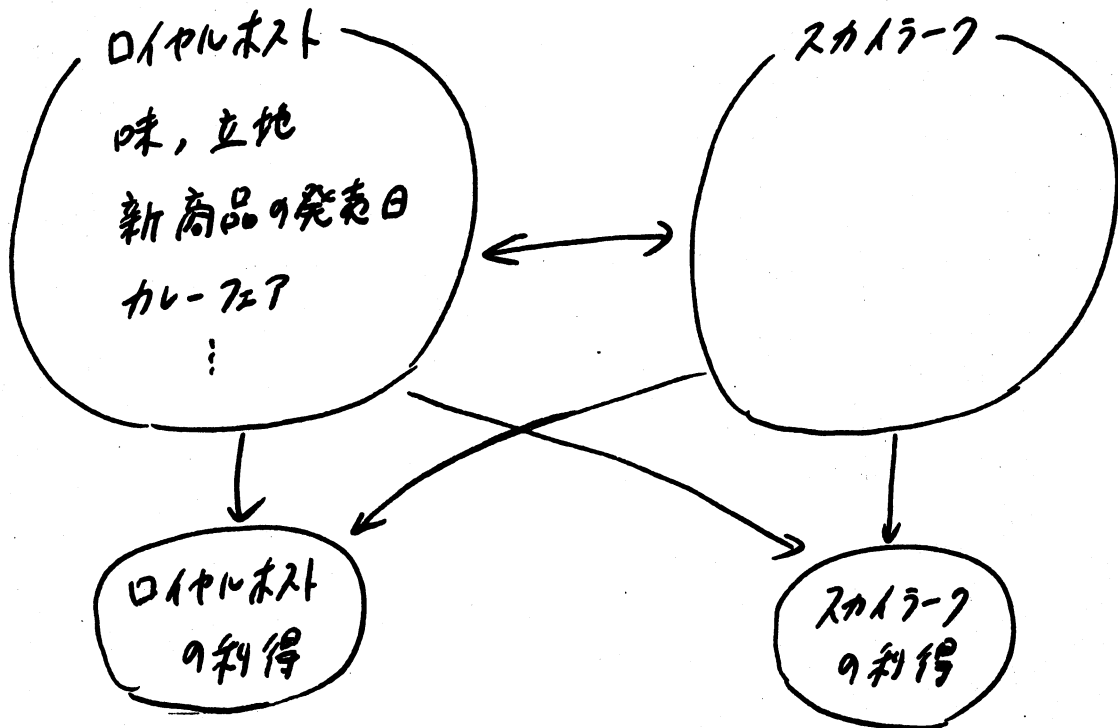
例. ^{寡占}寡占市場 (1つ財の市場に企業が数社)



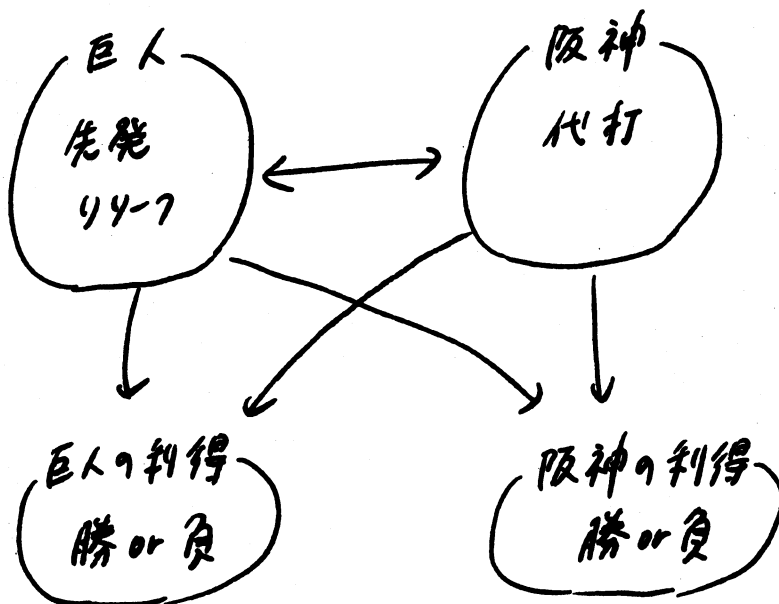
※ 完全競争市場では、各企業は価格のみを見て
自社の戦略を決めればよかった。

(他企業の戦略は直接的には無関係だ、た。)

例 ファミリーレストラン



例. 野球の試合

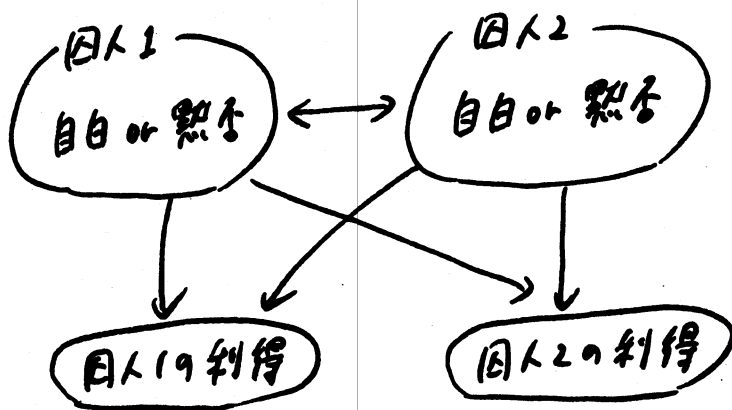


囚人のジレンマ

- 登場人物 ← ゲーム理論では「プレイヤー」と呼ぶ
囚人1, 囚人2

警察に捕まっている

- 2人の戦略は、「自白」or「黙る」



ゲームは
①プレイヤー
②戦略(実行可能な選択肢)
③利得
により決定される。

- 2人の利得は下の表の通り

(刑の年数を反映しており、数字が大きい方が囚人にとって望ましい。)

	2	自白	黙る
1	自白	(-9, -9)	(0, -10)
	黙る	(-10, 0)	(-1, -1)

(プレイヤー1の利得, プレイヤー2の利得)

という順番

プレイヤー1が黙る }
プレイヤー2が黙る }
という戦略をとった場合、
プレイヤー1の利得は-1
(刑の年数が1年)
プレイヤー2の利得も-1

このゲーム「囚人のジレンマ」で、どの状態が達成されるのか？

	2	白白	黙否
1	白白	$(-9, -9)$	$(0, -10)$
	黙否	$(-10, 0)$	$(-1, -1)$

Nash 均衡

相互作用をする経済主体が、
それぞれ、他の主体の選んだ
戦略を所与として、自己の戦略を
選ぶ状況。

・ 囚人1の目線で考える。

「白白」を選ぶか「黙否」を選ぶか

(i) 囚人2が「白白」した場合

自分(囚人1)が白白すると 刑期は 9年

黙否すると 10年

従って「白白」した方が得。

(ii) 囚人2が「黙否」した場合

自分(囚人1)が白白すると 刑期 0年

黙否すると 1年

従って「白白」した方が得。

(i)(ii)より、相手(囚人2)の選択が何であれ、

自分(囚人1)は「白白」した方がよい。

このような場合、囚人1にとって「白白」が 支配戦略 である
という。

・囚人2の目線で考える。

囚人1の場合と全く同じで、囚人2にとっても

「自白」が支配戦略となる。

(相手(囚人1)がどういう戦略を選ぶにしても
自分(囚人2)は「自白」と選んだ方が利得が高い。)

・結局

(プレイヤー1の戦略, プレイヤー2の戦略)

= (自白, 自白)

が ナッシュ均衡になる。

2人とも刑期は8年となる。

“ナッシュ均衡は?”と問われたら。

戦略の組を答えなければならず

$(-9, -9)$ は “ナッシュ均衡における利得の組”
である。

結果について考察

・ 2人とも黙居していれば 刑期1年ずつですんだ。

にもかかわらず、結局 2人とも 自白してしまい

刑期9年ずつになってしまう。

これは (この囚人2人にとって) 非効率な結果である。

※ 社会全体にとっては、犯罪者に相応の刑が執行された
のだから 結構なことかもしれない。

・ あらかじめ「もし捕まっても黙居しよう」と合意していたら……

「もし相手が裏切ったら」

たとえ相手が裏切らなくても、自分だけでも自白した方が得。

⇒ 結局 2人とも 協定をやぶって自白する可能性が高い。

・ Nash 均衡 (自白, 自白) は、2人の インセンティブが
かみ合っている状態である。

2人とも、その状態から行動を変えようとするインセンティブを
持っていない。

例 (軍拡競争)

- ・プレイヤー: ソ連, アメリカ
- ・各々の戦略: 軍拡, 軍縮
- ・利得の構造は下表の通り。

ソ連 \ アメリカ	軍拡	軍縮
軍拡	$(-10, -10)$	$(40, -50)$
軍縮	$(-50, 40)$	$(20, 20)$

双方共に軍縮すれば、世界の安全は保たれお互い 20 の利得。

双方共に軍拡すれば、世界は危険な状態となりお互い -10 の利得。

アメリカが軍拡, ソ連が軍縮だと。

アメリカはソ連より優位に立ち 40 の利得
ソ連は劣勢となり -50 の利得。

これまでの例と同様に考え?

(軍拡, 軍拡)

が Nash 均衡となる。

例. (寡占市場での価格切り下げ競争)

企業数が 2社 ~ 数社

• プレイヤー: 企業 1, 2

• 各々の戦略: (価格)維持, 値下げ

• 利得:

1 \ 2	維持	値下げ
維持	(50, 50)	(0, 70)
値下げ	(70, 0)	(10, 10)

これまでの例と同様に考えて

(値下げ, 値下げ)

が Nash 均衡になる。

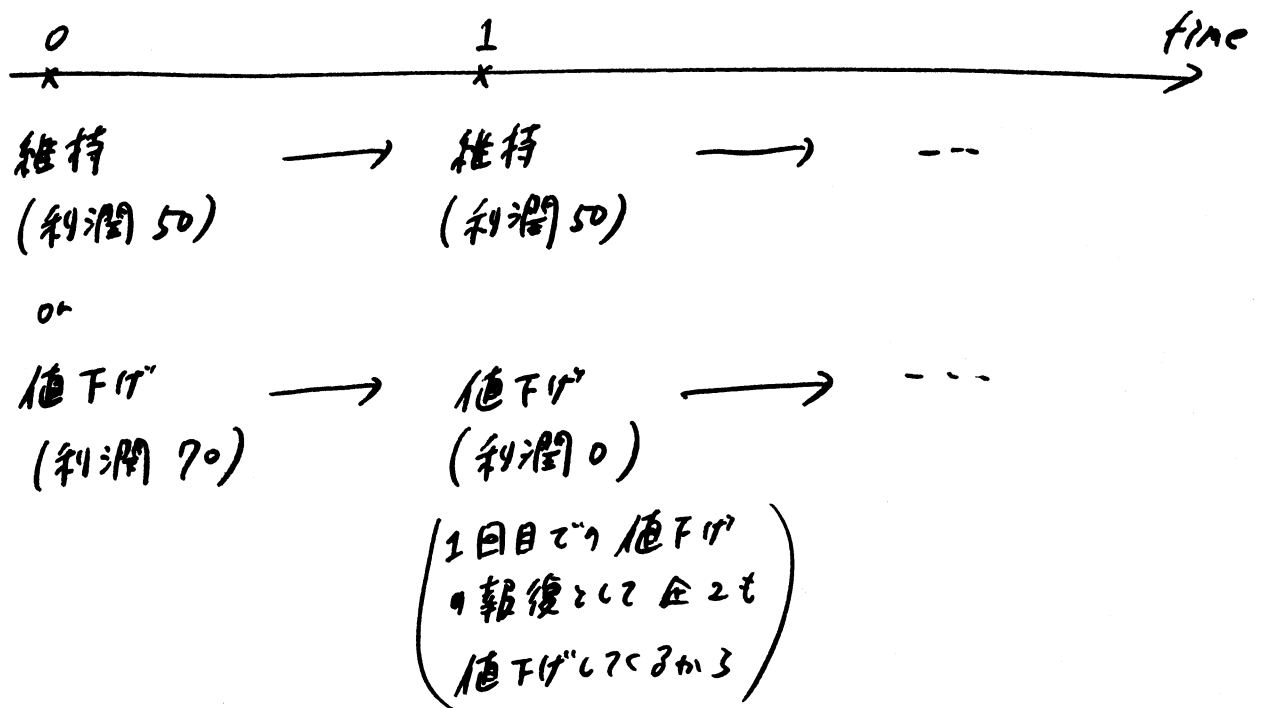
なぜ人々は協調することがあるのか

1つ答え ゲームは繰り返されることがある。

企業1と2の価格の値下げゲームが毎週行われるとする。

企業1の目線で考える。

- ・毎週、価格を維持するか値下げするか決定する。
- ・企業2は、最初価格を維持するか、もし自社(企業1)が今週値下げすれば、それ以降は(企業2も)値下げしてやる。



・ずっと価格を維持した場合の1-210の利潤

$$50 + 50 + 50 + \dots$$

・最初の週に値下げした場合の1-210の利潤

$$70 + 0 + 0 + \dots$$

将来の利潤が大切なら、8割に値下げした方が得!

② 男女の争い (両性の闘い)

(Battle of the Sexes)

(1) 支配戦略は存在しない

(2) Nash 均衡が複数存在する

という点で囚人のジレンマとは異なる。

プレイヤー: 男性, 女性

戦略: 格闘技, 音楽会 (どちらかを見に行く)

利得

女 \ 男	格闘技	音楽会
格闘技	(5, 10)	(0, 0)
音楽会	(0, 0)	(10, 5)

(1) (2) を check.

Nash 均衡は, (格闘技, 格闘技) と

(音楽会, 音楽会) の 2つである。

前者の場合には 男性は よろしい (女性には ちよつと不満)

後者の場合 女性には よろしい (男性には ちよつと不満)

② チキンゲーム

• プレイヤー：若者2人 (A, B)

• 戦略：直進, 避ける

(車でお互いに向かっていくとき)

• 利得

	B	直進	避けた
A	直進	$(-5, -5)$	$(2, 0)$
	避けた	$(0, 2)$	$(1, 1)$

(Aが直進
Bが避けたとき
Aは賞賛され、
Bはチキンと呼ばれた。)

Nash均衡は

$(\text{避けた}, \text{直進}) = (\text{直進}, \text{避けた})$

の2)

支配戦略はなし。

例. 交渉の場

直進 ~ 強行

避けた ~ 譲歩

たとえばこのチキンゲームと似た状況になる傾向がある。

②じゃんけんゲーム

プレイヤー: A, B

戦略: グー, チョキ, パー

利得:

	B	グー	チョキ	パー
A				
	グー	(0, 0)	(1, -1)	(-1, 1)
	チョキ	(-1, 1)	(0, 0)	(1, -1)
	パー	(1, -1)	(-1, 1)	(0, 0)

(純粋戦略の範囲では)

Nash 均衡は存在しない。

(純粋戦略 (純戦略)
pure strategy)

* "混合戦略" にまでこのゲームの戦略の範囲を広げると。

Nash 均衡は存在する。

例. (サッカーのペナルティキック)

	キッカー	左に守る	右に守る
ゴールキーパー			
	左にキック	(0, 1)	(1, 0)
	右にキック	(1, 0)	(0, 1)

Nash 均衡は、(純粋戦略の範囲では) 存在しない。

コア・ミクロA 第12章 練習問題

1. プレーヤーA,Bからなるゲームを考える。二人の戦略は、それぞれ、 a_1, a_2, a_3 と b_1, b_2, b_3, b_4 とする。利得は、下の表の通り表される。ただし、表の中の左右の数字は、それぞれ、プレーヤーA、Bの利得を表すとする。

A \ B	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	(5, 2)	(1, 4)	(2, 4)	(5, 1)
a_2	(5, 2)	(4, 4)	(2, 3)	(0, 1)
a_3	(3, 6)	(2, 3)	(4, 4)	(4, 5)

- (1) どちらかのプレーヤーにとって、支配戦略は存在するか？
 (2) ナッシュ均衡を求めよ。

2. 二人の囚人が、黙秘と自白という二つの戦略のうち、いずれかをとることができるゲームの利得が、以下のように与えられている。二つ並んだ数字のうち、左の数字は囚人1の利得を、右の数字は囚人2の利得を表している。例えば、囚人1が自白を、囚人2が黙秘を選ぶ場合、囚人1の利得は x 、囚人2の利得は $x - 7$ である。それぞれの囚人にとって自白が支配戦略となると、 x の値はどのような範囲にあるか。

1 \ 2	黙秘	自白
黙秘	(10, 10)	($x - 7, x$)
自白	($x, x - 7$)	(5, 5)

3. 二人の囚人が、黙秘と自白という二つの戦略のうち、いずれかをとることができるゲームを考える。このゲームが囚人のジレンマになるように、利得の数値例を考えて、表に記入せよ。ただし、左の数字は囚人1の利得を、右の数字は囚人2の利得を表すとする。

1 \ 2	黙秘	自白
黙秘		
自白		

ヒント: 次の3条件を満足するようにせよ。①「自白」が両者にとって支配戦略で、②(自白, 自白)が唯一のナッシュ均衡となり、なおかつ、③そのナッシュ均衡である(自白, 自白)は、(黙秘, 黙秘)よりも両者にとって劣る。

4. 高級品が得意な企業Aと普及品が得意な企業Bが、同時に新規参入する市場を決める状況を考えよう。両企業がともに普及品市場に参入すると、価格競争が生じて1億円ずつの利益しか得られない。企業Aが普及品市場、企業Bが高級品市場に参入すると、価格競争は生じないが、どちらも不得意な分野なので利益は2億円ずつになる。企業Aが高級品市場、企業Bが普及品市場へ参入すると、価格競争が生じず、さらにどちらも得意分野なので、利益は4億円ずつになる。最後に、両企業がともに高級品市場へ参入すると、価格競争が生じて、企業Aは優位に立つので3億円の利益、高級品の苦手な企業Bは1億円の利益を得る。

- (1) このゲームを標準形で表せ(利得表をかけ)。
 (2) どちらかのプレーヤーにとって、支配戦略は存在するか？
 (3) このゲームのナッシュ均衡を答えよ。
 (芦屋政浩『ミクロ経済学』有斐閣170ページより)