13. ゲーム理論入門2
～動学ゲーム

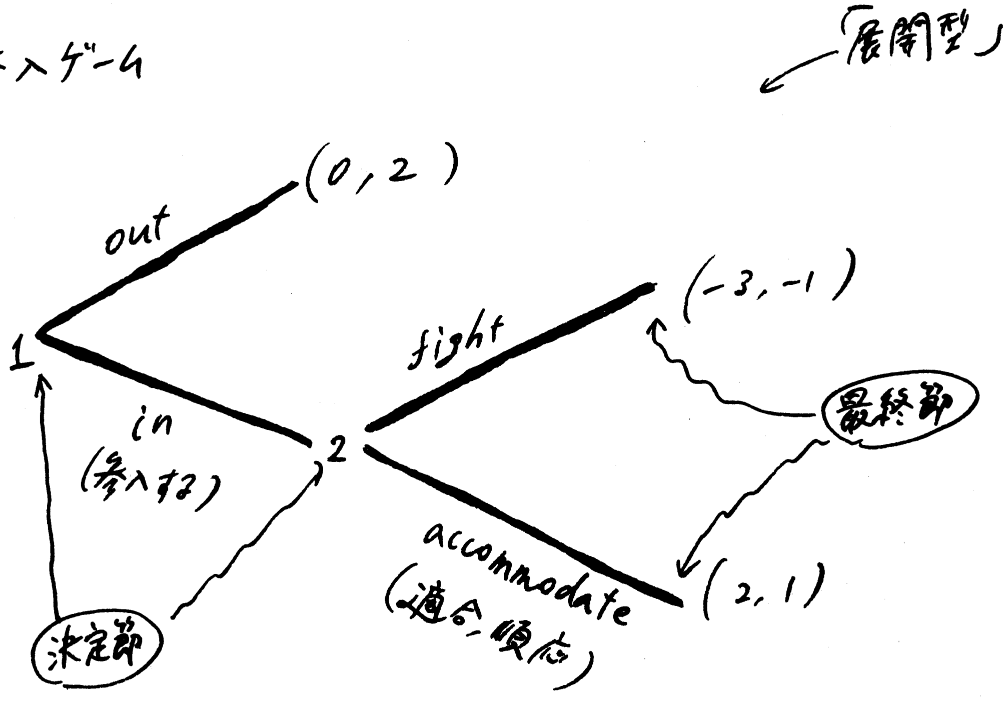
動学ゲーム

〜プレーヤーのとる手番に時間的順序のあるゲーム

展開型で表現されることが多いが、標準型に直すこともできる。

ゲームの樹　　　　利得表

例. 参入ゲーム



プレーヤー：企業 1, 2

戦略：　企業 1　{ in (参入する)
　　　　　　　　out (しない)

企業 2

企業 1 が参入してきた場合

{ fight　闘う（価格競争など）
accomodate　順応する

・ accommodate

「ac」 = ad ～の方へ

adjust 「正しい方へ」

$\underbrace{\text{just}}_{\text{正しい}}$ → 調整する, 適合させる

「com」 共に

company 「共にパンを分かち合う人の集団」

$\underbrace{\text{pan}}_{\text{パン}}$ → 会社

「mod」 モデル, 型

commodity 「同じ形になったもの」

→ 日用品, 商品

modify 「形にする」

$\underbrace{\text{fy}}_{\sim\text{にする}}$ → 修正する, 変える, 和らげる

「ate」 ～にする

isolate 孤立させる

accommodate

「同じ型の中に入れる」

→ 収容する, 宿泊させる, 適応させる, 和解させる

The hotel can accommodate 4000 people.

◎ 参入ゲームを標準型で表現する

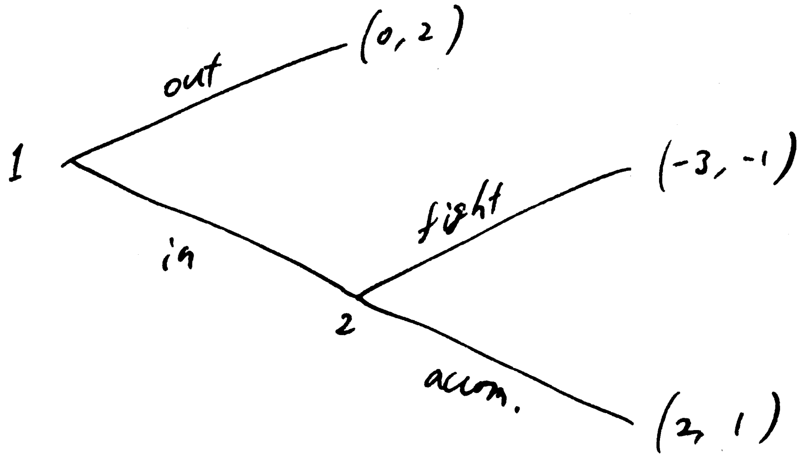
1 \ 2	fight	accom.
out	(0, 2)	(0, 2)
in	(−3, −1)	(2, 1)

Nash均衡は、

(out, fight) と (in, accom.) の2つ.

(注) Nash均衡は信頼性を欠く脅迫を含む場合がある.

参入ゲームで説明



・参入してきた場合 闘うぞ！という脅し.

・しかし、信頼性はない

・にもかかわらず、(out, fight) は Nash均衡になっている.

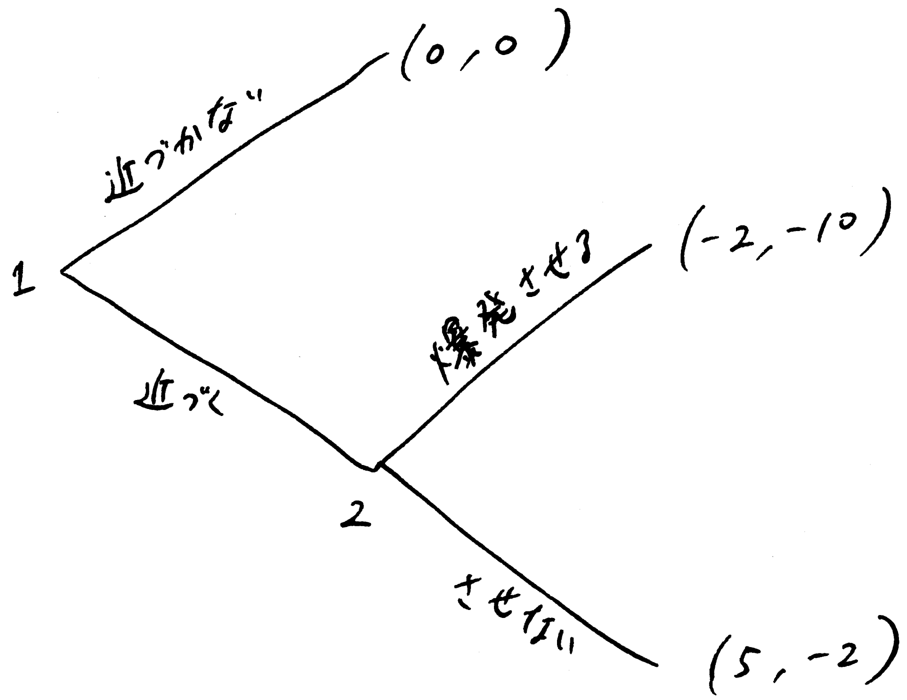
プレーヤー2：「参入してきたら闘う」

プレーヤー1：それを信じて「out (参入しない)」を選択.

応用

プレーヤー1 = 警察

プレーヤー2 = 犯人　爆弾保有



↙ 標準型

1 \ 2	爆発させる	させない
近づかない	(0, 0)	(0, 0)
近づく	(−2, −10)	(5, −2)

ナッシュ均衡は、

(近づかない, 爆発させる) と (近づく, 爆発させない)

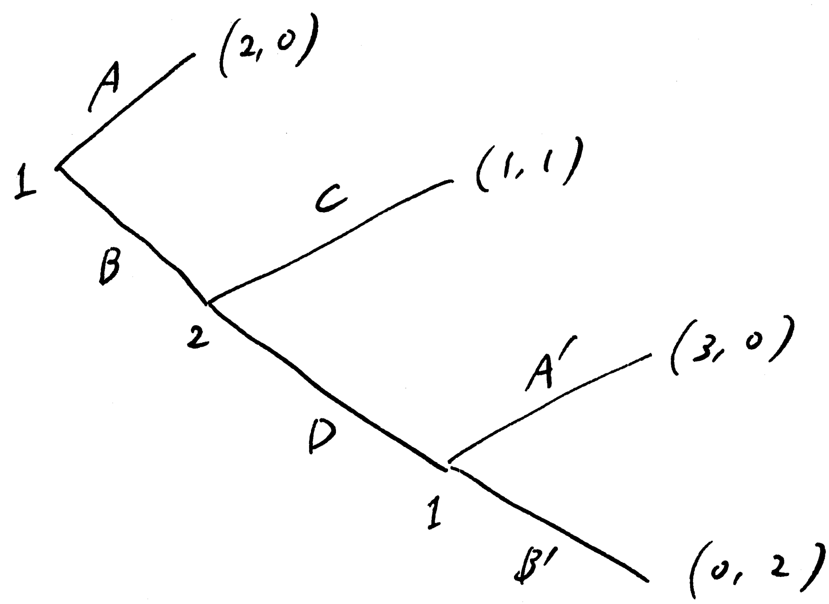
↑

信頼性を欠く脅し

・展開型→標準型の書きかえにおいて
同一プレーヤーの手番が複数回ある場合、
標準型の戦略は、そのプレーヤーの全ての手番における
行為(action)の組合せを網羅する。

例.

プレーヤー1には
2回手番が回ってくる.

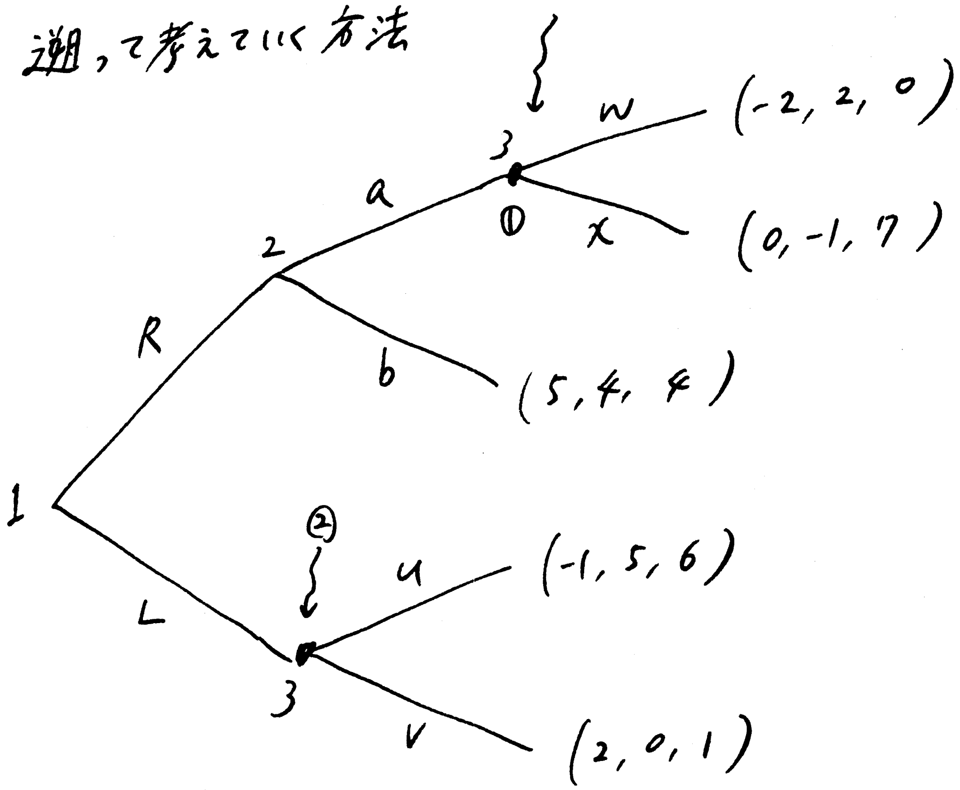


↓標準型に直す

1 \ 2	C	D
AA′	(2, 0)	(2, 0)
AB′	(2, 0)	(2, 0)
BA′	(1, 1)	(3, 0)
BB′	(1, 1)	(0, 2)

バックワード・インダクション
(逆向き推論法)

ゲームの最適な手番を最終の決定節から前方へ
遡って考えていく方法



- 最終の決定節は2つ ①、②

  ②においては、プレーヤー3は uを選択する

  ①において、プレーヤー3は xを 〃

- ①の一段階前の決定節において、

  プレーヤー2は、次のステージまで進むと、プレーヤー3は、xを

  選ぶことは分かっている。つまり aを選択すると利得は-1になる。

  それとbを選択した場合の利得4を比較する。

  ⟶ よって bを選ぶ

- 最初の決定節において、プレーヤー1は、
  今後の展開を見通した上で意思決定する。

R を選ぶ → 次の決定節にて、プレーヤー2は b を選ぶ

→ 自分(プレーヤー1)の利得は 5 になる。

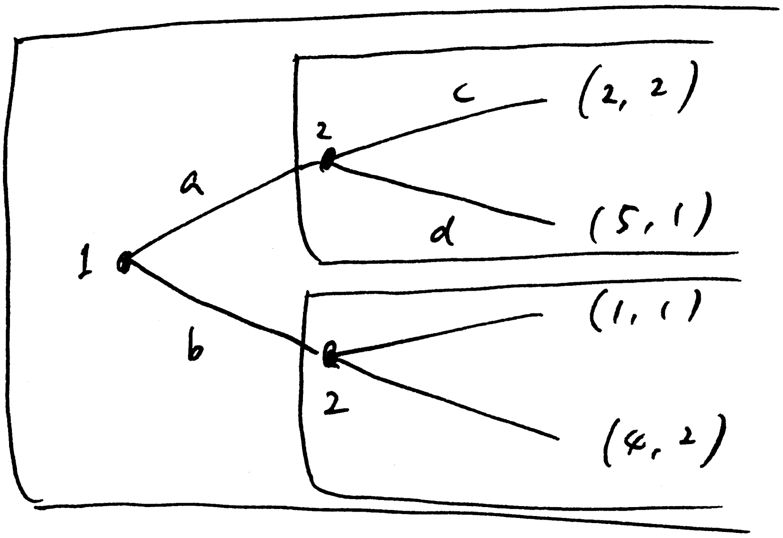
L を選ぶ → 次の決定節で、プレーヤー3は U を選ぶ

→ 自分(プレーヤー1)の利得は −1 になる。

以上を見越した上で R を選択！

サブ・ゲーム（部分ゲーム）

動学ゲームの展開型の 最終節を除く任意の決定節から始まるそれ以降の完結したゲーム を サブ・ゲームと呼ぶ。



決定節は3つ。
それに対応して（元の全体のゲームもあわせて）
サブ・ゲームは3つある。

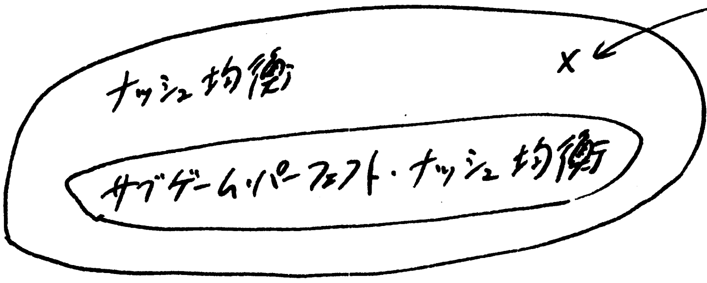
サブ・ゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡

ある戦略の組が、そのゲームの全てのサブゲーム（元のゲームも含む）のナッシュ均衡であるとき、その戦略の組をサブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡と呼ぶ。

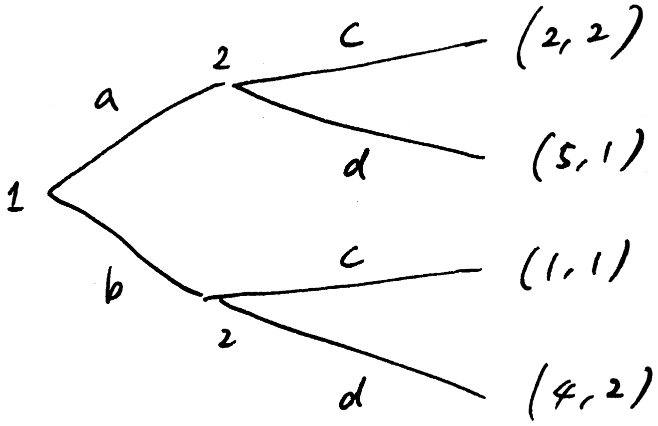
（後ろ向きに解いていくことで見つけることができる。）

・ナッシュ均衡が複数あるときでも、
サブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡を考えることで
均衡を限定できる場合がある。

こういうナッシュ均衡
もありえる!



例.



↓ 標準型

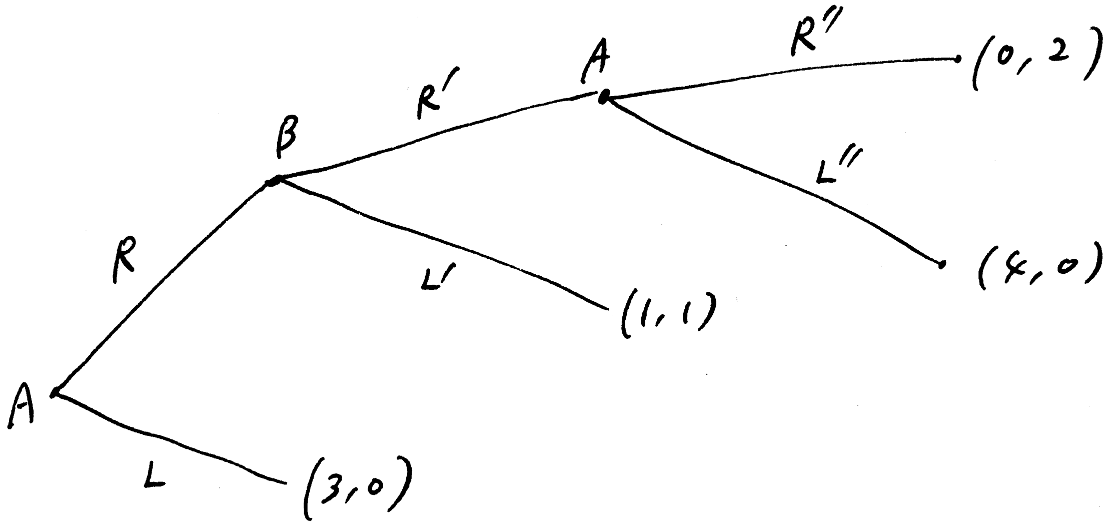
1 \ 2	cc	cd	dc	dd
a	(2, 2)	(2, 2)	(5, 1)	(5, 1)
b	(1, 1)	(4, 2)	(1, 1)	(4, 2)

Nash均衡は、
(a, cc) と (b, cd) の2つ

このうち、(a, cc) はサブゲーム・パーフェクトではない!
サブゲームパーフェクト・ナッシュ均衡は、(b, cd) だけ。

例題

次の3段階の展開型ゲームのナッシュ均衡とサブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡を全て求めよ。



解答.

標準型に書きかえると、以下の通り。

A \ B	R′	L′
R R″	(0, 2)	(1, 1)
R L″	(4, 0)	(1, 1)
L R″	(3, 0)	(3, 0)
L L″	(3, 0)	(3, 0)

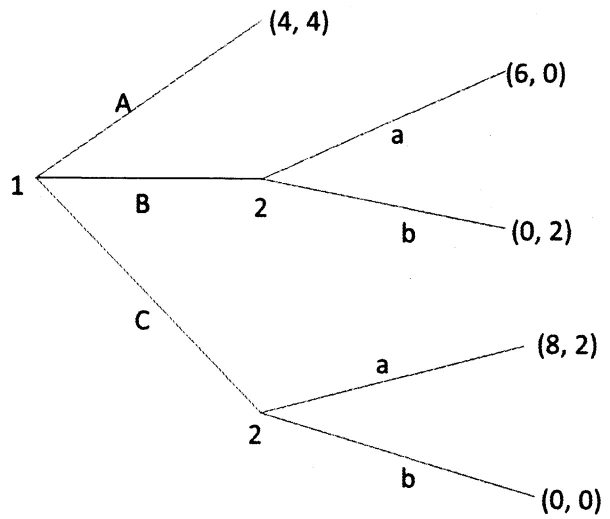
ナッシュ均衡は、(LR″, L′) と (LL″, L′) の2つ

このうち、サブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡は、

(LL″, L′) のみ。

コア・ミクロA　第13章
練習問題

1. 次の展開型ゲームの（純粋戦略の）ナッシュ均衡とサブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡をすべて求めよ。



2. 潜在的犯罪者（プレーヤー1）と裁判官（プレーヤー2）からなるゲームを考える。まず、潜在的犯罪者は、殺人を犯すか我慢するかを決定する。我慢した場合は、潜在的犯罪者の利得はx、裁判官の利得は10とする。潜在的犯罪者が殺人を犯した場合、裁判官は、彼を死刑にするか無期懲役にするかを決定する。死刑が執行された場合、犯罪者（プレーヤー1）の利得は-10、裁判官の利得は-2とする。無期懲役となった場合、犯罪者の利得は0、裁判官の利得は-1とする。（つまり、この裁判官は、プレーヤー1が犯罪を思いとどまってくれれば最も望ましいが、実際に殺人を犯してしまったときには、死刑を執行したくないと思っている。）

（1）この状況を展開型のゲームで表現せよ。

（2）$x = -1$のとき、サブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡を求めよ。

（3）x引き続き$x = -1$とする。ナッシュ均衡をすべて求めよ。また、その中に、信頼性を欠く脅しは含まれているか？

（4）潜在的犯罪者が殺人を思いとどまるためには、xはどのような範囲になければならないか？